

1. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)
- (ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt{2x-3}$. (2 boda)
- (iii) Predočite geometrijski tangentu na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)
- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^3 - 2$ u točki s prvom koordinatom $x = 1$ i predočite tu tangentu. (3 boda)

2. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} 2x - 3y + 4z &= 0 \\ x + 2y - 3z &= 2 \\ -3x - 2y + z &= -6. \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

- (ii) Pokažite da je

$$B = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ -8 & -14 & -10 \\ -4 & -13 & -7 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i) i koristeći tu matricu riješite gornji sustav. (4 boda)

- (iii) Zapišite opću 2×2 matricu, formulu za njenu determinantu i inverznu matricu. Primijenite to na matricu

$$\begin{pmatrix} a & a-1 \\ 2 & a-1 \end{pmatrix}$$

Odredite za koje vrijednosti realnog parametra a gornja matrica nema inverznu matricu. (4 boda)

3. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)
- (ii) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ i $z_2 = \sqrt{3} - i$. Predočite te brojeve. (3 boda)
- (iii) Predočite broj z ako je $|z| = 3$ i argument $\varphi = \frac{7\pi}{4}$. (2 boda)
- (iv) Predočite geometrijski zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva. Posebno za brojeve z_1, z_2 iz (ii)! (3 boda)
4. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. U svakom od slučajeva napišite je li funkcija konveksna ili konkavna. (3 boda)
- (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)
- (iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)
- (iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = e^{x+2} + 1$. (2 boda)
5. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (4 boda)
- (ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)
- (iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je $f(x) = 2^x$. (2 boda)
- (iv) Koja je veza između grafova dvaju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = \log_3 x$ (precizan crtež). (2 boda)

1. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. U svakom od slučajeva napišite je li funkcija konveksna ili konkavna. (3 boda)
- (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)
- (iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)
- (iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = e^{x+1} + 2$. (2 boda)
2. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)
- (ii) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = \sqrt{3} + i$ i $z_2 = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$. Predočite te brojeve. (3 boda)
- (iii) Predočite broj z ako je $|z| = 2$ i argument $\varphi = \frac{5\pi}{6}$. (2 boda)
- (iv) Predočite geometrijski zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva. Posebno za brojeve z_1, z_2 iz (ii)! (3 boda)
3. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)
- (ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt{3x-2}$. (2 boda)
- (iii) Predočite geometrijski tangentu na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)
- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^3 + 2$ u točki s prvom koordinatom $x = -1$ i predočite tu tangentu. (3 boda)
4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (4 boda)
- (ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)
- (iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je $f(x) = 3^x$. (2 boda)
- (iv) Koja je veza između grafova dvaju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = \log_2 x$ (precizan crtež). (2 boda)
5. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} 2x - 3y + 2z &= 3 \\ x + 2y - 3z &= -3 \\ 3x + y - 4z &= -4. \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

- (ii) Pokažite da je

$$B = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 & 10 & -5 \\ 5 & 14 & -8 \\ 5 & 11 & -7 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i) i koristeći tu matricu riješite gornji sustav. (4 boda)

- (iii) Zapišite opću 2×2 matricu, formulu za njenu determinantu i inverznu matricu. Primijenite to na matricu

$$\begin{pmatrix} a-2 & -a \\ a-2 & -3 \end{pmatrix}$$

Odredite za koje vrijednosti realnog parametra a gornja matrica nema inverznu matricu. (4 boda)

1. Zadani su vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}$ i $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$.

(i) Provjerite koji su među njima okomiti. (6 bodova)

(ii) Nađite površinu paralelograma razapetog vektorima \vec{b} i \vec{c} . (4 boda)

2. Zadana je matrica

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(i) Odredite inverz matrice A . (6 bodova)

(ii) Pomoću inverza koji ste izračunali pod (i) riješite sustav

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(4 boda)

3. Izračunajte približnu vrijednost izraza $\sqrt{5 - \sqrt[3]{0.9}}$ koristeći:

(i) linearnu aproksimaciju, (4 boda)

(ii) kvadratnu aproksimaciju. (6 bodova)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{x+1}{e^{x^2}}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (1 bod)

(ii) njene nultočke, (1 bod)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (3 boda)

(v) područja pada i rasta, (4 boda)

(vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (4 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)

1. Zadani su vektori $\vec{a} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ i $\vec{c} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}$.

(i) Provjerite koji su među njima okomiti. (6 bodova)

(ii) Nađite površinu paralelograma razapetog vektorima \vec{b} i \vec{c} . (4 boda)

2. Zadana je matrica

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(i) Odredite inverz matrice A . (6 bodova)

(ii) Pomoću inverza koji ste izračunali pod (i) riješite sustav

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(4 boda)

3. Izračunajte približnu vrijednost izraza $\sqrt{10 - \sqrt[3]{0.9}}$ koristeći:

(i) linearnu aproksimaciju, (4 boda)

(ii) kvadratnu aproksimaciju. (6 bodova)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{x-1}{e^{x^2}}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (1 bod)

(ii) njene nultočke, (1 bod)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (3 boda)

(v) područja pada i rasta, (4 boda)

(vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (4 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)